

Aufgabenblatt 4

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass jeder planar Graph einen Knoten mit Grad kleiner als 6 besitzt.

Hinweis: Zeigen Sie, dass für einen planaren zusammenhängenden Graphen mit v Knoten, e Kanten und f Regionen die Formel $v - e + f = 2$ (Euler Formel) gilt. Beweisen Sie dann die Ungleichung $3f \leq 2e$.

Aufgabe 2

Eine unabhängige Menge (Independent Set) in einem Graphen $G = (V, E)$ ist eine Menge $I \subset V$ mit der Eigenschaft $\forall u, v \in I, (u, v) \notin E$. Das parametrisierte *IS* problem ist definiert als:

$$IS = \{(G, k) \mid G \text{ hat eine unabhängige Menge mit mindestens } k \text{ Knoten}\}.$$

Geben Sie einen Suchbaumalgorithmus für IS auf planaren Graphen und zeigen Sie damit, dass dieses Problem in FPT liegt. (Hinweis, benutzen Sie Aufgabe 1).

Aufgabe 3

Beim VLSI (very large scale integration) tritt folgendes Problem auf: Gegeben ein rechteckiges $m \times n$ Feld, in welchem einige der $m \cdot n$ Zellen fehlerhaft sein können, gesucht wird eine minimale Anzahl von Zeilen und Spalten, die alle fehlerhaften Zellen abdecken. Parametrisiert ist dies die Frage, ob für gegebene Parameterwerte k_1 and k_2 alle Fehler mit maximal k_1 Zeilen und k_2 Spalten abgedeckt werden können. Geben Sie einen Suchbaumalgorithmus mit Laufzeit $f(k_1, k_2) \cdot (m + n)^c$ für das Problem an.

Aufgabe 4

Ein Cluster-Graph ist ein Graph in dem jede Zusammenhangskomponente eine Clique ist. Das Cluster Vertex Deletion Problem (CVDP) ist wie folgt definiert: Gegeben einen Graphen $G = (V, E)$ und eine Zahl k , gibt es eine Knotenmenge $C \subseteq V$ mit $|C| \leq k$ so, dass nach der Entfernung der Knoten in C , der Graph ein Cluster-Graph ist?

- a) Zeigen Sie, dass G genau ein Cluster-Graph ist, wenn er keine Pfade mit 3-Knoten als induzierten Teilgraph besitzt.
- b) Geben Sie einen Problemerkern der Größe $O(k^3)$ für CVDP.